

No. of Printed Pages : 10

Roll No.

3K4-CAM-02

December—2016

Applied Mathematics—I

Time : 3 hrs.]

[M.M. : 100

Note :

1. Part 'A' may be attempted in first 6 pages of Answer Sheet.

भाग 'क' के सभी उत्तर, उत्तर-पुस्तिका के प्रथम छः पृष्ठों में ही करने हैं।

2. Part 'B' in rest of the Sheets of Answer Sheet.

भाग 'ख' के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका के अगले शेष पृष्ठों में लिखिये।

3. Answers may be given in English or Hindi.

प्रश्नों के उत्तर अंग्रेजी अथवा हिन्दी में लिखिये।

Part—(A)

भाग—(क)

1. Answer any 10 parts :

2×10=20

किन्हीं दस प्रश्नों के उत्तर दीजिए—

(i) Find the sum of first 10 terms for the sequence 4, 7, 10, 13

क्रम 4, 7, 10, 13 की प्रथम 10 टर्म का योग ज्ञात कीजिये।

(ii) Find the sum of the G.P. series
 $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \infty$.

G.P. सीरिज : $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \infty$

तक का योग कीजिये।

(iii) Using the binomial theorem, expand
 $(2x + 3)^4$.

$(2x + 3)^4$ को बायनोमियल में फैलाईये।

(iv) Find a unit vector parallel to the sum of
 vectors $\vec{r}_1 = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$,

$$\vec{r}_2 = 3\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}.$$

वैक्टर $\vec{r}_1 = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ तथा

$\vec{r}_2 = 3\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ के योग के समानान्तर एक
 यूनिट वैक्टर ज्ञात कीजिये।

(v) Write the value of:

$$\sin 80^\circ \cos 70^\circ + \cos 80^\circ \sin 70^\circ.$$

$\sin 80^\circ \cos 70^\circ + \cos 80^\circ \sin 70^\circ$ का मान
 लिखिये।

(vi) Find the value of $\cos 15^\circ$.

(vii) Fi
 ci

(viii)

(ix)

(x)

$\cos 15^\circ$ का मान ज्ञात कीजिये।

- (vii) Find the coordinates of the centre of the circle:

$$2x^2 + 2y^2 - 3x + 4y - 6 = 0.$$

वृत्त $2x^2 + 2y^2 - 3x + 4y - 6 = 0$ के केंद्र के कोऑर्डिनेट ज्ञात कीजिये।

- (viii) Find the eccentricity of the ellipse:

$$4x^2 + 5y^2 = 20$$

इलीप्स $4x^2 + 5y^2 = 20$ की एक्सेन्ट्रीसिटी ज्ञात कीजिये।

- (ix) Find the length of the latus rectum of parabola $5y^2 = 8x$.

पैराबोला $5y^2 = 8x$ के लेटस रेक्टम की लम्बाई ज्ञात कीजिये।

- (x) Find the equation of the line parallel to the x -axis and passing through the point $(3, 2)$.

बिन्दु $(3, 2)$ में से गुजरती हुई तथा x -एक्सिस के समानान्तर रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिये।

- (xi) For which value of k , the matrix

$$\begin{bmatrix} 0 & k & 2 \\ -3 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ is skew symmetric?}$$

k के किस मान के लिये निम्नलिखित मैट्रिक्स स्क्वैर सिमेट्रिक है-

$$\begin{bmatrix} 0 & k & 2 \\ -3 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(xii) Find the adjoint of the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

मैट्रिक्स $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ का एडजुअंट ज्ञात कीजिये।

(xiii) Find the value of $\sin 2A$ if $\sin A = \frac{3}{5}$.

यदि $\sin A = \frac{3}{5}$ है, तो $\sin 2A$ का मान ज्ञात कीजिये।

(xiv) Find the eccentricity of the hyperbola $4x^2 - 5y^2 = 125$.

हायपरबोला $4x^2 - 5y^2 = 125$ की एक्सेन्ट्रीसिटी ज्ञात कीजिये।

2.

Attempt any five parts :

5×4=20

किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये-

(i) Expand $(3 + 2x)^{-4}$ upto four term in ascending powers of x and also find the values of x for which the expansion is valid.

(ii)

(iii)

(iv)

(v)

(3 +
यहाँ
जि
If
90
त
थ
च
व
र
व

$(3 + 2x)^{-4}$ को x की बढ़ती हुई शक्ति की चार टर्मों तक फैलाइये। x का वह मान भी ज्ञात कीजिये जिसके लिये यह फैलाव मान्य है।

- (ii) If the sum of first n terms of the A.P. 85, 90, 95... is equal to the sum of the first $3n$ terms of the A.P. 9, 11, 13, ..., then find the value of n .

यदि A.P. 85, 90, 95, की प्रथम n टर्म का योग एक अन्य A.P. 9, 11, 13, की प्रथम $3n$ टर्म के योग के बराबर है तो n का मान ज्ञात कीजिये।

- (iii) Prove that $\sin^2 x - \cos^4 x = 1 - 2 \cos^2 x$
सिद्ध कीजिये $\sin^2 x - \cos^4 x = 1 - 2 \cos^2 x$

- (iv) If $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$, find AB .

यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ है, तो

AB ज्ञात कीजिये।

- (v) Without expanding, show that :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$$

बिना फैलाये सिद्ध कीजिए कि—

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$$

(vi) Given $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$,

$\vec{b} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$, find $\vec{a} \times \vec{b}$ and a unit vector perpendicular to both \vec{a} and \vec{b} .

यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ है तथा $\vec{b} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ है तो $\vec{a} \times \vec{b}$ का मान ज्ञात कीजिये तथा एक यूनिट वैक्टर ज्ञात कीजिये जो कि \vec{a} तथा \vec{b} दोनों के ही लम्बवत् है।

(vii) If $A + B + C = 180^\circ$, then show that $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \sin B \sin C$
यदि $A + B + C = 180^\circ$ है तो सिद्ध कीजिये—
 $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \sin B \sin C$

(viii) Find the coordinates of the vertex and focus of the parabola:

$$x^2 - 2x - 12y + 25 = 0.$$

पैराबोला $x^2 - 2x - 12y + 25 = 0$ के वर्टेक्स तथा फोकस के कोऑर्डिनेट ज्ञात कीजिये।

Atten
किन्हीं

3. (a) Show

$\vec{b} =$
a rig

सिद्ध

\vec{b}

सम

(b) Fin

ax

ve

ए

ए

व

4. (a) F

f

3

+

Part—(B)

भाग—(ख)

Attempt any three questions : $3 \times 20 = 60$
किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिये—

3. (a) Show that the vectors $\vec{a} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$,
 $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$, $\vec{c} = 2\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ form
a right angled triangle.

सिद्ध कीजिये कि वेक्टर $\vec{a} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$,
 $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$, $\vec{c} = 2\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ एक
समकोण त्रिभुज बनाते हैं।

- (b) Find the equation of the ellipse whose
axes are along the co-ordinate axes,
vertices are $(\pm 5, 0)$ and foci at $(\pm 4, 0)$.

एक इलीप्स का समीकरण ज्ञात कीजिये जिसकी
एक्सिस कोर्डिनेट एक्सिस के साथ-साथ है तथा
वर्टीसेज $(\pm 5, 0)$ तथा फोसी $(\pm 4, 0)$ पर है।

4. (a) Find the equation of the parabola whose
focus is $(1, -2)$ and the directrix is
 $3x = 2y - 1$.

पैराबोला का समीकरण ज्ञात कीजिये जिसका फोकस
 $(1, -2)$ है तथा डायरेक्ट्रीक्स $3x = 2y - 1$ है।

(b) Find the inverse of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 4 & -3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{and verify that}$$

$AA^{-1} = A^{-1}A = I$ where I is the identity matrix of order 3.

मैट्रिक्स $A = \begin{bmatrix} 8 & 4 & -3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ का इनवर्स ज्ञात

कीजिये तथा सिद्ध कीजिये कि $AA^{-1} = A^{-1}A = I$ जबकि I एक आर्डर 3 का आयडेन्टीटी मैट्रिक्स है।

5. (a) Using matrix method, solve the system of linear equations:

$$4x + y - z = 3$$

$$x + 2y + 3z = 14$$

$$2x - y + 2z = 6$$

मैट्रिक्स विधि के उपयोग से निम्नलिखित लीनियर समीकरण प्रणाली को हल कीजिये—

$$4x + y - z = 3$$

$$x + 2y + 3z = 14$$

$$2x - y + 2z = 6$$

(b) F

P

x

c

6. (a)

- (b) Find the equation of the circle which passes through the centre of circle $x^2 + y^2 + 12x + 6y - 7 = 0$ and is concentric with the circle $2x^2 + 2y^2 + 6x - 8y - 8 = 0$.

एक वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिये जो कि वृत्त $x^2 + y^2 + 12x + 6y - 7 = 0$ के केन्द्र में से गुजरता है तथा वृत्त $2x^2 + 2y^2 + 6x - 8y - 8 = 0$ का केन्द्र उसका भी केन्द्र है।

6. (a) If e and e' be the eccentricities of a hyperbola and its conjugate hyperbola, show that $\frac{1}{e^2} + \frac{1}{e'^2} = 1$.

यदि e तथा e' क्रमशः एक हायपरबोला की एकसैन्ट्रीसिटी तथा इसके कोनजुगेट हायपरबोला की एकसैन्ट्रीसिटी तो सिद्ध कीजिये कि $\frac{1}{e^2} + \frac{1}{e'^2} = 1$

- (b) Resolve $\frac{1}{x^4 + x^2 + 1}$ into partial fractions.

पार्शियल फ्रैशन में परिवर्तित कीजिये—

$$\frac{1}{x^4 + x^2 + 1}$$

7. (a) In any triangle ABC , prove that

$$\tan \frac{A-B}{2} = \frac{a-b}{a+b} \cot \frac{C}{2}$$

किसी भी त्रिभुज ABC में सिद्ध कीजिये कि-

$$\tan \frac{A-B}{2} = \frac{a-b}{a+b} \cot \frac{C}{2}$$

(b) If the lines $a_1x + b_1y + 1 = 0$, $a_2x + b_2y + 1 = 0$ and $a_3x + b_3y + 1 = 0$ are concurrent. Show that the points

(a_1, b_1) , (a_2, b_2) and (a_3, b_3) are collinear.

यदि रेखाएँ $a_1x + b_1y + 1 = 0$, $a_2x + b_2y + 1 = 0$

तथा $a_3x + b_3y + 1 = 0$ एक ही बिन्दु पर मिलती

हैं तो सिद्ध कीजिए कि बिन्दु (a_1, b_1) , (a_2, b_2)

तथा (a_3, b_3) एक ही रेखा पर विद्यमान हैं।