

## Applied Mathematics - I

2K5-AS-2

Time : 3 hrs.

M.M. 100

**Note:—**

1. Part 'A' may be attempted in first 6 pages of Answer Sheet.  
भाग 'क' के सभी उत्तर, उत्तर-पुस्तिका के प्रथम छः पृष्ठों में ही करने हैं।
2. Part 'B' in rest of the Sheets of Answer Sheet.  
भाग 'ख' के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका के अगले शेष पृष्ठों में लिखिये।
3. Answers may be given in English or Hindi.  
प्रश्नों के उत्तर अंग्रेजी अथवा हिन्दी में दीजिये।

**PART - 'A'****भाग - 'क'**

1. Attempt any ten questions निम्न में से किन्हीं दस प्रश्नों के उत्तर दीजिए:-

(10 x 2 = 20)

(i) If  $\begin{bmatrix} x & -2 \\ 2 & y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ , then find the values of x and y.

यदि  $\begin{bmatrix} x & -2 \\ 2 & y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ , है तो x तथा y के मान बताईये।

(ii) Find the inverse of the matrix  $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

मैट्रिक्स  $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$  की इनवर्स ज्ञात कीजिये

(iii) Find the product of the matrices  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

मैट्रिसेस  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$  तथा  $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$  का गुणफल ज्ञात कीजिये।

(iv) Determine the intercept on x and y-axis for the straight line  $6x + 2y - 12 = 0$

सरल रेखा  $6x + 2y - 12 = 0$  द्वारा x तथा y एक्सिस पर बनाये गये इन्टरसेप्ट के मान रात कीजिये।

(v) Find the equation of the circle centred at (2, -1) having radius 6

वृत्त का केन्द्र (2, -1) है तथा अर्धव्यास 6 है इसका समीकरण ज्ञात कीजिये।

(vi) Find the coordinates of the vertex and focus for the parabola  $y^2 = 16x$

पैराबोला  $y^2 = 16x$  के वर्टैक्स तथा फोकस के कोर्डिनेट ज्ञात कीजिये।

(vii) Find the slope of a line perpendicular to the line  $x - 3y + 5 = 0$

$x - 3y + 5 = 0$  पर लम्बवत् रेखा का स्लोप ज्ञात कीजिये।

(viii) Find the values of x and y so that the vectors  $2\hat{i} + 3\hat{j}$  and  $(x-1)\hat{i} + (y+2)\hat{j}$  are equal.

x तथा y के मान ज्ञात कीजिये जब कि वैक्टर  $2\hat{i} + 3\hat{j}$  तथा  $(x-1)\hat{i} + (y+2)\hat{j}$  बराबर हैं।



(ix) Find the value of  $\mu$  if  $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \mu\hat{k}$  and  $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$  are perpendicular.  
 $\mu$  का मान ज्ञात कीजिये जब कि  $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \mu\hat{k}$  तथा  $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$  लम्बवत् है।

(x) Find  $2\vec{a} + 4\vec{b}$ , if  $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ , and  $\vec{b} = -\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ .

$2\vec{a} + 4\vec{b}$  का मान ज्ञात कीजिये जब कि  $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ , तथा  $\vec{b} = -\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ .

(xi) Find  $\frac{d}{dx} (e^{ax+b})$ .

$\frac{d}{dx} (e^{ax+b})$  ज्ञात कीजिये।

(xii) Find  $\frac{d}{dx} (\cos^2 x)$

$\frac{d}{dx} (\cos^2 x)$  का मान ज्ञात कीजिये।

(xiii) Evaluate  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 2)$

मूल्यांकन कीजिये  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 2)$

(xiv) Find the derivative of  $\log_e \sin x$  w.r.t.  $x$

$x$  के संदर्भ में  $\log_e \sin x$  का डेरिवेटिव ज्ञात कीजिये।

2. Attempt any five Question किन्ही पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए:-

(5 x 4 = 20)

(i) If  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ , verify that  $(A+B)^2 \neq A^2 + B^2 + 2AB$

यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  तो जाँचिए  $(A+B)^2 \neq A^2 + B^2 + 2AB$

(ii) Find the equation of the line which passes through the point,  $(-2, -4)$  and parallel to the line  $6x + 2y + 3 = 0$   
 बिन्दु  $(-2, -4)$  से गुजरने वाली तथा रेखा  $6x + 2y + 3 = 0$  के सामानान्तर रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिये।

(iii) Prove that

$$\begin{vmatrix} a+b & a & b \\ a & a+c & c \\ b & c & b+c \end{vmatrix} = 4abc. \text{ Using properties of determinant.}$$

डिटर्मिनेन्ट के गुणों का उपयोग करते हुए बिंदु सिद्ध कीजिये :

$$\begin{vmatrix} a+b & a & b \\ a & a+c & c \\ b & c & b+c \end{vmatrix} = 4abc.$$

(iv) If  $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ , then find  $\vec{a} \cdot \vec{b}$

यदि  $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$  तथा  $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$  है  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  का मान ज्ञात कीजिये।



(v) Compute  $AB - BA$ , where  $A = \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

यदि  $A = \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$  तथा  $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  है तो  $AB - BA$  का मान ज्ञात कीजिये।

(vi) Find the equation of the parabola whose focus is at (3,2) and directrix is

$$y + 3 = 0.$$

एक पैराबोला का समीकरण ज्ञात कीजिये जब कि इसका फोकस (3,2) है तथा डायरेक्ट्रीक्स  $y + 3 = 0$  है।

(vii) Find the vector parallel to the vector  $\hat{i} - 2\hat{j}$  and having magnitude of 10 units.

वैक्टर  $\hat{i} - 2\hat{j}$  के सामानान्तर तथा 10 यूनिट वाला वेक्टर ज्ञात कीजिये।

(viii) Find the derivative of  $\tan x$  w.r.t.  $x$  from the first principles.

प्रथम सिद्धान्तों से  $x$  के सन्दर्भ में  $\tan x$  का डेरिवेटिव ज्ञात कीजिये।

**PART - 'B'**

भाग - 'ख'

(3 x 20 = 60)

Attempt any three Question किन्ही तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए:-

3. (a) If  $xy = e^x + be^{-x}$ , then prove that  $xy_2 + 2y_1 - xy = 0$  where  $y_1$  and  $y_2$  have usual meanings.

यदि  $xy = e^x + be^{-x}$ , है तो सिद्ध कीजिये की  $xy_2 + 2y_1 - xy = 0$  जहाँ  $y_1$  तथा  $y_2$  का युजिअल अर्थ है।

(b) If  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 5 & 12 \end{bmatrix}$ , verify that  $A(\text{adj } A) = (\text{adj } A)A = |A|I$

यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 5 & 12 \end{bmatrix}$ , है तो जांचिये कि  $A(\text{adj } A) = (\text{adj } A)A = |A|I$

4. (a) Find the inverse of the matrix  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$

मैट्रिक्स  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$  का इनवर्स मैट्रिक्स ज्ञात कीजिये।

(b) find the equation of the circle passes through the points (1, -6), (2, 1) and (5, 2).

(1, -6), (2, 1) तथा (5, 2). से गुजरने वाले वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिये।



5. (a) Evaluate  $\lim_{x \rightarrow \sqrt{6}} \frac{\sqrt{5-2x} - (\sqrt{3} - \sqrt{2})}{x^2 - 6}$

मूल्यांकन कीजिये  $\lim_{x \rightarrow \sqrt{6}} \frac{\sqrt{5-2x} - (\sqrt{3} - \sqrt{2})}{x^2 - 6}$

(b) Find the unit vector in the direction of the vector  $\vec{r}_1 - \vec{r}_2$ , where  $\vec{r}_1 = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$  and  $2\vec{r}_2 = 3\hat{i} + \hat{j} - 5\hat{k}$   
 $\vec{r}_1 - \vec{r}_2$ , की दिशा में यूनिट वेक्टर ज्ञात कीजिये जबकि  $\vec{r}_1 = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$  तथा  $2\vec{r}_2 = 3\hat{i} + \hat{j} - 5\hat{k}$

6. (a) Find the equation of the ellipse with focus (1, -2), directrix  $2x = y - 1$  and eccentric  $e = \frac{1}{\sqrt{2}}$

एक इलीप्स का समीकरण ज्ञात कीजिये जबकि इसका फोकस (1-2), directrix  $2x=y-1$  तथा एक्सैन्ट्रिसिटी  $e = \frac{1}{\sqrt{2}}$  है।

(b) Show that the vectors  $\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}$ ,  $-2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c}$ ,  $-\vec{b} + 2\vec{c}$  are coplanar.

सिद्ध कीजिये कि वेक्टर  $\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}$ ,  $-2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c}$ ,  $-\vec{b} + 2\vec{c}$  को प्लेनर है।

7. (a) Solve the following system of equations using matrices

$$x + y + z = 6; \quad x + 2y + 3z = 10 \quad \text{and} \quad x + 2y + 5z = 12$$

मैट्रिसेस के उपयोग से निम्नलिखित समीकरण प्रणाली को हल कीजिये।

$$x + y + z = 6; \quad x + 2y + 3z = 10 \quad \text{तथा} \quad x + 2y + 5z = 12$$

(b) Prove that  $\begin{vmatrix} x & x^2 & yz \\ y & y^2 & zx \\ z & z^2 & xy \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x)(xy+yz+zx)$ .

(By using properties of determinants).

सिद्ध कीजिये कि  $\begin{vmatrix} x & x^2 & yz \\ y & y^2 & zx \\ z & z^2 & xy \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x)(xy+yz+zx)$  है।