

APPLIED MATHEMATICS-II

3K-BSN-02A

Time : 3 Hrs.

M.M. : 100

Note :—

- Part 'A' may be attempted in first 6 pages of Answer Sheet.
भाग 'क' के सभी उत्तर, उत्तर-पुस्तिका के प्रथम छः पृष्ठों में ही करने हैं।
- Part 'B' in rest of the Sheets of Answer Sheet.
भाग 'ख' के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका के आगेले शेष पृष्ठों में लिखिये।
- Answers may be given in English or Hindi.
प्रश्नों के उत्तर अंग्रेजी अथवा हिन्दी में दीजिये।

PART - A

1. Answer any 10 parts. Each part can be answered in either one word or one sentence or as per requirement of the questions : (10 × 2 = 20)

(i) Write the order and degree of the differential equation : $\frac{d^4 y}{dx^4} - \sin\left(\frac{d^3 y}{dx^3}\right) = 0$

(ii) If $y = \sin^2 x$, differentiate it with respect to x .

(iii) Write the modulus and argument of $-1 - \sqrt{3}i$.

(iv) Draw the phasor diagram of the function $f(t) = -5 \cos(\omega t - 30^\circ)$.

(v) Evaluate $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$.

(vi) If $f(x, y) = \sin x \cos y$, find $\frac{\partial f}{\partial x}$ and $\frac{\partial f}{\partial y}$.

(vii) If $\int_0^a (x^2 + 1) dx = 72$, find the value of a .

(viii) Find $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx}$.

(ix) Solve $\int x \cos 2x dx$.

(x) Write the general solution of the differential equation $(D^2 + 2D + 1)y = 0$.

(xi) Find the integral : $\int \frac{dx}{x^2 - 16}$

(xii) Find the solution of the differential equation : $(2 - y)dy - (x + 1)dx = 0$.

(xiii) Find the slope of the tangent to the curve $y = x^3 - x$ at $x = 2$.

(xiv) Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$.

2. Attempt any five parts :

(5 × 4 = 20)

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^n - 3^n}{x - 3} = 108$, $n \in \mathbb{N}$. Find n .

(ii) Use first principle to find the derivative of $\sin x$.

(iii) Evaluate : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \, dx$

(iv) Differentiate $\sin(\cos(x^2))$ with respect to x .

(v) If $x = a(\theta - \cos \theta)$ and $y = a(1 + \theta \sin \theta)$, find $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\theta = \frac{\pi}{2}}$.

(vi) Find $\int \cos 6x \sqrt{1 + \sin 6x} \, dx$.

(vii) Find the general solution of $\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 6y = 0$.

(viii) Find all the points of local maxima of the function given by $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 5$.

PART - B

Attempt any 3 questions :

(3 × 20 = 60)

3. (a) Find the first order partial derivatives of the given function :

$$f(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)$$

(b) If $y = \frac{x}{2}\sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{x}{a}$, find $\frac{dy}{dx}$.

4. (a) Evaluate : $\int \frac{1}{(x-1)(x^2+1)} dx$.

(b) Find the area of the region bounded by the curve $y = x^3$ and the line $y = 4$.

5. (a) Solve the following differential equation :

$$(x^2 + y^2) dx + xy dy = 0, y(1) = 1$$

(b) Evaluate : $\int_0^a x^3 \sqrt{a^2 - x^2} \, dx$

6. (a) Evaluate : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x}$.

(b) Use Simpson's 1/3rd rule, to evaluate $\int_0^1 \frac{dx}{3+2x}$ taking 4 intervals.

7. (a) Solve the differential equation : $(1 + y^2) + (x - e^{\tan^{-1}y}) \frac{dy}{dx} = 0$,

(b) Show that of all rectangles that can be inscribed in a given circle, the square has the maximum area.

(हिन्दी रूपान्तरण)
3K-BSN-02A

समय : 3 घन्टे

पूर्णांक : 100

भाग-'क'

1. किन्हीं दस प्रश्नों को हल कीजिए :

(10 × 2 = 20)

(i) डिफरेंशियल समीकरण $\frac{d^4 y}{dx^4} - \sin\left(\frac{d^3 y}{dx^3}\right) = 0$ का ऑर्डर तथा डिग्री बताइए।

(ii) $y = \sin^2 x$ को x के संदर्भ में डिफरेंशियेट कीजिए।

(iii) $-1 - \sqrt{3}i$ का मोड्यूलस तथा आर्गुमेंट लिखिए।

(iv) फंक्शन $f(t) = -5 \cos(\cot - 30^\circ)$ का फेजर डायग्राम बनाइए।

(v) मूल्यांकन कीजिए : $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$ ।

(vi) यदि $f(x, y) = \sin x \cos y$ है तो $\frac{\partial f}{\partial x}$ तथा $\frac{\partial f}{\partial y}$ ज्ञात कीजिए।

(vii) यदि $\int_0^a (x^2 + 1) dx = 72$ है तो a का मान ज्ञात कीजिए।

(viii) ज्ञात कीजिए : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx}$

(ix) हल कीजिए : $\int x \cos 2x dx$ ।

(x) डिफरेंशियल समीकरण $(D^2 + 2D + 1)y = 0$ का जनरल हल लिखिए।

(xi) इंटिग्रल ज्ञात कीजिए : $\int \frac{dx}{x^2 - 16}$ ।

(xii) डिफरेंशियल समीकरण $(2 - y)dy - (x + 1)dx = 0$ को हल कीजिए।

(xiii) कर्व $y = x^3 - x$ के बिन्दु $x = 2$ पर टैनजेंट का स्लोप ज्ञात कीजिए।

(xiv) मूल्यांकन कीजिए : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$ ।

2. किन्हीं पांच प्रश्नों को हल कीजिए :

(5 × 4 = 20)

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^n - 3^n}{x - 3} = 108$, $n \in \mathbb{N}$ है तो n ज्ञात कीजिए।

(ii) प्रथम सिद्धान्तों से $\sin x$ का डेरिवेटिव ज्ञात कीजिए।

(iii) मूल्यांकन कीजिए : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 x dx$

- (iv) x के संदर्भ में $\sin(\cos(x^2))$ को डिफरेंशियेट कीजिए।
- (v) यदि $x = a(\theta - \cos \theta)$ तथा $y = a(1 + \theta \sin \theta)$ है तो $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\theta = \frac{\pi}{2}}$ ।
- (vi) ज्ञात कीजिए : $\int \cos 6x \sqrt{1 + \sin 6x} dx$ ।
- (vii) $\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 6y = 0$ का जगल हल ज्ञात कीजिए।
- (viii) फंक्शन $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 5$ के सभी लोकल मैक्सिमा बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए।

भाग-'ख'

किन्हीं तीन प्रश्नों को हल कीजिए :

(3 × 20 = 60)

3. (a) फंक्शन $f(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)$ के प्रथम ऑर्डर डेरिवेटिव्स ज्ञात कीजिए।
- (b) यदि $y = \frac{x}{2}\sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \frac{x}{a}$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।
4. (a) मूल्यांकन कीजिए : $\int \frac{1}{(x-1)(x^2+1)} dx$ ।
- (b) कर्व $y = x^2$ तथा रेखा $x = 4$ के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
5. (a) डिफरेंशियल समीकरण को हल कीजिए : $(x^2 + y^2) dx + xy dy = 0$, $y(1) = 1$
- (b) मूल्यांकन कीजिए : $\int_0^a x^3 \sqrt{a^2 - x^2} dx$
6. (a) मूल्यांकन कीजिए : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x}$ ।
- (b) सिम्पसन के 1/3 नियम तथा 4 बराबर के अन्तराल लेते हुए, मूल्यांकन कीजिए :
 $\int_0^1 \frac{dx}{3+2x}$
7. (a) डिफरेंशियल समीकरण $(1 + y^2) + (x - e^{\sin^{-1} y}) \frac{dy}{dx} = 0$ को हल कीजिए।
- (b) सिद्ध कीजिए कि एक वृत्त में अधिकतम क्षेत्रफल वाली आयत एक वर्ग है।