

APPLIED MATHEMATICS - I
3K-ASN-02A

Time : 3 hrs.

M.M.: 100

Note :—

- Part 'A' may be attempted in first 6 pages of Answer Sheet.
भाग 'क' के सभी उत्तर, उत्तर-पुस्तिका के प्रथम छः पृष्ठों में ही करने हैं।
- Part 'B' in rest of the Sheets of Answer Sheet.
भाग 'ख' के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका के अगले शेष पृष्ठों में लिखिये।
- Answers may be given in English or Hindi.
प्रश्नों के उत्तर अंग्रेजी अथवा हिन्दी में दीजिये।

PART - 'A'**1. Attempt any ten questions : -****(10x2=20)**

- How many terms are there in the series 3,6,9,12, 36.
- Find the sixth term of G.P. 12, -4, 4/3, -4/9,
- Write the ninth term of $(1+2x)^{12}$.
- Find the equation of the straight line passing through the point $(-1, -2)$ with slope $\frac{4}{5}$.
- Find the equation of the circle centred at $(1, -1)$ having radius 5.
- Find the slope of a line perpendicular to the line $2x+y+3=0$
- Find the value of $1-2 \sin^2 45^\circ$
- Prove that $(\sec A-1)(\sec A+1) \cot A = \tan A$.
- If $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$, then find $2A-3B$.
- What is the value of $(\tan 45^\circ)^2$?
- Find the inverse of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$.
- Find the product of the matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$
- Find the unit vector in the direction of $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$
- Find $3\vec{a} + 4\vec{b}$, if $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, and $\vec{b} = 3\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$

2. Attempt any five questions :

(5x4=20)

- (a) The 5th term of a G.P. is 81 and second term is 24. Find the series.
- (b) Find the value of n if the coefficients of the sixth and the sixteenth terms in the expansion of $(a+b)^n$ are equal.
- (c) Find the equation of the line which passes through the point $(-2, -4)$ and parallel to the line $8x-2y+3=0$
- (d) Resolve into partial fractions $\frac{2x-3}{x^2+5x+6}$
- (e) If $\vec{a} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\vec{b} = 3\mathbf{i} - 5\mathbf{j} + \mathbf{k}$, then find $\vec{a} \cdot \vec{b}$
- (f) Prove that $\sin 47^\circ + \cos 77^\circ = \cos 17^\circ$
- (g) Compute $AB-BA$, where $A = \begin{bmatrix} -6 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$.
- (h) Find the equation of the parabola whose vertex is $(1,3)$ and focus is $(-1,3)$.

PART- B

Attempt any three questions.

(3x20=60)

3. (a) Find the sum of all integers between 200 and 1000 that are divisible by 4.
- (b) Express the matrix $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & -6 \\ -5 & 0 & -7 \end{bmatrix}$ as sum of symmetric and skew-symmetric matrix.
4. (a) Find the inverse of the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.
- (b) Find the equation of the circle having radius $\sqrt{13}$ and tangent to the line $2x-3y+1=0$ at $(1,1)$
5. (a) Prove that $\cos 130^\circ + \cos 110^\circ + \cos 10^\circ = 0$
- (b) Find the coordinates of the centre, the vertices, the foci, the eccentricity and equation of the directrices for the hyperbola $x^2 - 4y^2 + 6x + 16y - 11 = 0$.

6. (a) Find the coordinates of the centre, the vertices, the foci, the eccentricity and the lengths of the major and minor axes of the ellipse $x^2 + 2y^2 + 4x - 12y + 20 = 0$
- (b) If $\vec{a} = i - 2j + 3k$, $\vec{b} = -i + 2j + 2k$ and $\vec{c} = 3i + j$, find t such that $\vec{a} + t\vec{b}$ is perpendicular to \vec{c}
7. (a) Solve the following system of equations by Cramer's Rule.
 $x + y + z = 3$, $x - 2y + 3z = 4$, $x + 4y + 9z = 6$

(b) Show that
$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc\left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$$

भाग - 'क'

1. किन्हीं दस प्रश्नों को हल कीजिये।

(a) सीरिज 3,6,9,12,.....36 में कितनी टर्म हैं।

(b) G.P. 12,-4,4/3,-4/9, की छठी टर्म ज्ञात कीजिये

(c) $(1+2x)^{12}$ की नौवीं टर्म लिखिये।

(d) सरल रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिये जब कि यह $(-1,-2)$ से गुजरती है तथा इसका स्लोप $\frac{4}{5}$ है।

(e) $(1,-1)$ के केन्द्र तथा 5 अर्धव्यास के वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिये।

(f) $2x+y+3=0$ के लम्बवत् रेखा का स्लोप ज्ञात कीजिये।

(g) $1-2 \sin^2 45^\circ$ का मान ज्ञात कीजिये।

(h) सिद्ध कीजिये कि $(\sec A-1)(\sec A+1) \cot A = \tan A$.

(i) यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ है तो $2A-3B$ ज्ञात कीजिये।

(j) $(\tan 45^\circ)^2$ का मान क्या है?

(k) मैट्रिक्स $A = \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$ का इनवर्स ज्ञात कीजिये।

(l) मैट्रिक्स $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ का गुणनफल ज्ञात कीजिये।

(m) $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ की दिशा में यूनिट वैक्टर ज्ञात कीजिये।

(n) $3\vec{a} + 4\vec{b}$ ज्ञात कीजिये जब कि $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ तथा $\vec{b} = 3\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$ है।

2. किन्हीं पांच प्रश्नों के उत्तर लिखिये :

(a) एक G.P. की पांचवीं टर्म 81 है तथा दूसरी टर्म 24 है। इसकी चौदवीं टर्म ज्ञात कीजिये।

(b) यदि $(a+b)^n$ के फैलाव में छठी तथा सोलवीं टर्म के कोएफिशियेंट बराबर है तो का मान ज्ञात कीजिये।

- (c) रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिये जब कि $(-2, -4)$ यह $8x - 2y + 3 = 0$ से गुजरती है तथा के सामानान्तर है।
- (d) $\frac{2x-3}{x^2+5x+6}$ को पार्शियल फ्रैक्शन में व्यक्त कीजिये।
- (e) यदि $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}$, है तो $\vec{a} \cdot \vec{b}$ का मान ज्ञात कीजिये।
- (f) सिद्ध कीजिये कि $\sin 47^\circ + \cos 77^\circ = \cos 17^\circ$
- (g) $A = \begin{bmatrix} -6 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$, तथा $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ है तो $AB - BA$ का मान ज्ञात कीजिये।
- (h) पैराबोला का समीकरण ज्ञात कीजिये जब कि इसका वरटैक्स $(1, 3)$ है तथा फोकस $(-1, 3)$ है।

भाग - 'ख'

किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर लिखिये :

3. (a) 200 से 1000 के बीच में 4 से विभाजित हो जाने वाली सभी संख्याओं का योग ज्ञात कीजिये।

(b) मैट्रिक्स $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & -6 \\ -5 & 0 & -7 \end{bmatrix}$ को सिमट्रीक तथा स्क्यू मैट्रिक्स के योग के रूप में व्यक्त कीजिये।

4. (a) मैट्रिक्स $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ का इनवर्स ज्ञात कीजिये।

- (b) वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिये जब कि इसका अर्धव्यास $\sqrt{13}$ है तथा यह $2x - 3y + 1 = 0$ पर टैनजेंट $(1, 1)$ है।

5. (a) सिद्ध कीजिये कि $\cos 130^\circ + \cos 110^\circ + \cos 10^\circ = 0$

(b) हाईपरबोला $x^2 - 4y^2 + 6x + 16y - 11 = 0$ के लिये केन्द्र, वर्टीसेस फोसी के कोऑर्डिनेट, एक्सेन्ट्रीसिटी तथा डायरेक्ट्रीक्स के समीकरण ज्ञात कीजिये।

6. (a) इलीप्स $x^2 + 2y^2 + 4x - 12y + 20 = 0$ के केन्द्र, वर्टीसेस, फोसी के कोऑर्डिनेट तथा बड़ी तथा छोटी एक्सिस का लम्बाई ज्ञात कीजिये।

(b) यदि $\vec{a} = i - 2j + 3k$, $\vec{b} = -i + 2j + 2k$ तथा $\vec{c} = 3i + j$ है तो t का मान ज्ञात कीजिये जब कि $\vec{a} + t\vec{b}$ \vec{c} पर लम्बवत् है।

7. (a) क्रैमर के नियम से निम्नलिखित समीकरण प्रणाली को हल कीजिये :

$$x + y + z = 3, \quad x - 2y + 3z = 4, \quad x + 4y + 9z = 6$$

(b) सिद्ध कीजिये : $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc\left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$